

A mértani sorozat összegképlete

Tétel: A mértani sorozat első n tagjának az összege:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Bizonyítás:

Írjuk fel az első n tag összegét tagonként:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$$

Majd felhasználjuk minden tagra az n -edik tagra megismert képletet:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + \dots + a_1 \cdot q^{n-3} + a_1 \cdot q^{n-2} + a_1 \cdot q^{n-1}$$

Szorozzuk végig q -val az egyenletünket:

$$S_n \cdot q = a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^{n-2} + a_1 \cdot q^{n-1} + a_1 \cdot q^n.$$

Vonjuk ki a **második** egyenlőségből az **első**t. Ekkor az első egyenletből az első tag, a második egyenletből az utolsó tag kivételével minden tag kiesik a jobb oldalon. Így:

$$S_n \cdot q - S_n = a_1 \cdot q^n - a_1.$$

A baloldalon S_n -t, jobb oldalon a_1 -t kiemelve a következő kifejezést kapjuk:

$$S_n \cdot (q - 1) = a_1 \cdot (q^n - 1)$$

Ezt az egyenletet $(q - 1)$ -gyel végig osztva kapjuk:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

► Ezzel a bizonyítás kész.